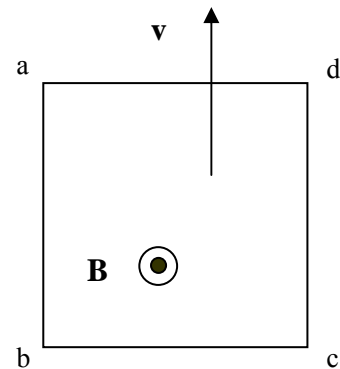


電磁気学 B 演習 第 6 回解答

1. (1) スイッチ S を入れると回路 1 のコイルには右から左へ向かう磁束が発生する。この磁束は回路 2 のコイルにも鎖交するので、回路 2 は右から左へ向かう磁束を打ち消すために、左から右へ向かう磁束を発生させようとする。すなわち A から B に向かって電流が流れる。
- (2) 回路 1 のコイルを回路 2 のコイルに近づけると、回路 2 のコイルに鎖交する右から左へ向かう磁束が増大する。回路 2 はこの増大を打ち消すために、左から右へ向かう磁束を発生させようとする。すなわち A から B に向かって電流が流れる。
- (3) 抵抗 R が減少すると電流 I が増大し、回路 1 のコイルで発生する磁束が増大する。これにより回路 2 のコイルに鎖交する右から左へ向かう磁束が増大する。回路 2 はこの増大を打ち消すために、左から右へ向かう磁束を発生させようとする。すなわち A から B に向かって電流が流れる。

2. 無限に長い直線導線に電流 I が流れている場合、導線との距離が r の点における磁場は $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ であるから、導線から離れるにしたがって磁場の大きさは小さくなる。正方形コイルの内部の磁束は紙面に垂直で、奥側から手前側に向かう方向である。この磁束が時間経過とともに減少するので、コイルにはこの減少分を補うように反時計方向に電流が流れる。つまり A 側が-、B 側が+になる。



また、コイルに発生する起電力は $e = \oint (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{r}$ で求ま

—————→ z 軸正方向

る。 $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ の方向は z 軸正方向なので、右図のコイルにおいて辺 ab および cd には起電力は発生しない ($d\mathbf{r}$ が $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ と直交する)。 z 軸正方向の微小線素を dz とすると、辺 bc に発生する起電力は

$$\begin{aligned}
 e_{bc} &= \int_0^a |\mathbf{v} \times \mathbf{B}| dz \\
 &= \int_0^a v B dz \\
 &= \int_0^a v \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1} dz \\
 &= \frac{\mu_0 I v a}{2\pi r_1}
 \end{aligned}$$

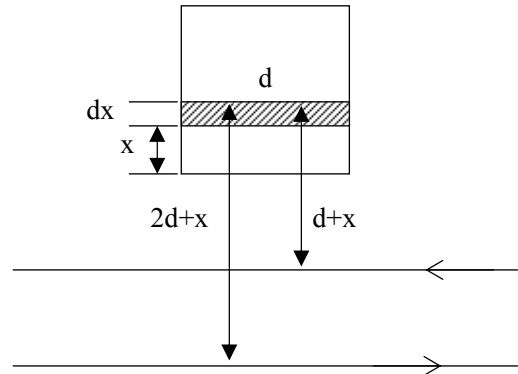
同様に辺 da に発生する起電力は $e_{da} = \frac{\mu_0 Iva}{2\pi r_2}$ となる。ただし e_{bc} , e_{da} の方向は z 軸正の

方向である。 $r_1 < r_2$ なので $e_{bc} > e_{da}$ であり、全起電力は

$$e_{bc} - e_{da} = \frac{\mu_0 Iva(r_2 - r_1)}{2\pi r_1 r_2} = \frac{\mu_0 Iva^2}{2\pi r_1 r_2}$$

となる。

3. (1) 右図のようにコイルの導線寄りの辺から距離 x の位置にある幅 dx 、長さ d の帯状部分を考える。左方向に流れる電流がこの部分に作る磁場は大きさ $\frac{\mu_0 I}{2\pi(d+x)}$ で、方向は紙面に垂直かつ手前側から奥側へ向かう方向である。一方、右方向に流れる電流がこの部分に作る磁場は大きさ $\frac{\mu_0 I}{2\pi(2d+x)}$ で、方向は



紙面に垂直かつ奥側から手前側へ向かう方向である。よって全体としては大きさ $\frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{1}{d+x} - \frac{1}{2d+x} \right)$ で、方向は紙面に垂直かつ、こちら側から向こう側へ向かう方向になる。

以上より、帯状部分を貫く磁束は $\frac{\mu_0 Id}{2\pi} \left(\frac{1}{d+x} - \frac{1}{2d+x} \right) dx$ となる。コイル全体を貫く磁束はこれを積分して

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{\mu_0 Id}{2\pi} \int_0^d \left(\frac{1}{d+x} - \frac{1}{2d+x} \right) dx \\ &= \frac{\mu_0 Id}{2\pi} \left[\log \frac{d+x}{2d+x} \right]_0^d \\ &= \frac{\mu_0 Id}{2\pi} \left(\log \frac{2}{3} - \log \frac{1}{2} \right) \\ &= \frac{\mu_0 Id}{2\pi} \log \frac{4}{3} \end{aligned}$$

と求まる。ただし方向は紙面に垂直かつこちら側から向こう側へ向かう方向である。

- (2) 起電力はファラデーの法則より

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\mu_0 d}{2\pi} \log \left(\frac{4}{3} \right) \cdot \frac{dI}{dt}$$

となる。

- (3) $\frac{dI}{dt}$ が正の場合、時間経過とともにコイルを貫く磁束(方向はこちら側から向こう側へ向かう方向)は増大する。コイルはこれを打ち消すために、向こう側からこちら側へ向かう磁束を発生させようとするため、反時計方向に電流が流れる。

$\frac{dI}{dt}$ が負の場合、これとは逆にコイルには時計方向に電流が流れる。

4. ローレンツ力より $F = IlB$ で $I = \begin{cases} bt & (0 < t < T) \\ 0 & (T < t) \end{cases}$ なので

$$\textcircled{1} \quad F = \begin{cases} btLB & (0 < t < T) \\ 0 & (T < t) \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad F = \begin{cases} ma & (0 < t < T) \\ ma & (T < t) \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \quad a = \begin{cases} \frac{btLB}{m} & (0 < t < T) \\ 0 & (T < t) \end{cases}$$

速度は $v = \int a dt$ なので $0 < t < T$ の時

$$v = \int_0^t a dt = \int_0^t \frac{btLB}{m} dt = \frac{bLB}{2m} t^2$$

$T < t$ の時

$$v = \int_0^t a dt = \int_0^T \frac{btLB}{m} dt + \int_T^t 0 dt = \frac{bLB}{2m} T^2$$

$$\textcircled{4} \quad v = \begin{cases} \frac{bLB}{2m} t^2 & (0 < t < T) \\ \frac{bLB}{2m} T^2 & (T < t) \end{cases}$$

起電力は $e = \int vBdl$ より $0 < t < T$ の時

$$\begin{aligned} e &= \int_0^L vBdl = vB \int_0^L dl \\ &= \frac{bBLt^2}{2m} B \int_0^L dl = \frac{bB^2L^2t^2}{2m} \end{aligned}$$

$T < t$ の時

$$\begin{aligned} e &= \int_0^L vBdl = vB \int_0^L dl \\ &= \frac{bBLT^2}{2m} B \int_0^L dl = \frac{bB^2L^2T^2}{2m} \end{aligned}$$

$$\textcircled{5} \quad e = \begin{cases} \frac{bB^2L^2t^2}{2m} & (0 < t < T) \\ \frac{bB^2L^2T^2}{2m} & (T < t) \end{cases}$$