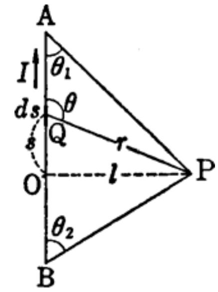
電磁気学 B 演習　第 3 回解答



1. 点 P から AB に下した垂線の足を O，AB 上の一点 Q のところの線要素を ds，$OQ = s$，$PQ = r$，$\angle PQA = \theta$ とすると

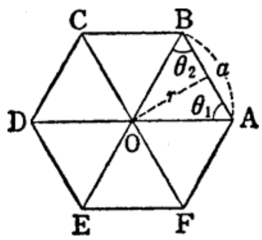
$$r = \frac{l}{\sin(\pi - \theta)} = \frac{l}{\sin\theta}$$
$$s = l\cot(\pi - \theta) = -l\cot\theta$$
$$ds = -\frac{l}{\sin^2\theta}d\theta$$

であるから、Ids によって P に生じる磁場 dB は Biot-Savart の法則により

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{ds\sin\theta}{r^2} = \frac{I}{4\pi l}\sin\theta d\theta$$

よって

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi l}\int_{\theta_2}^{\pi-\theta_1}\sin\theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi l}\left[-\cos\theta\right]_{\theta_2}^{\pi-\theta_1} = \frac{\mu_0 I}{4\pi l}\left(\cos\theta_1 + \cos\theta_2\right)$$



2. 図より、$\cos\theta_1 = \cos\theta_2 = \frac{1}{2}$，$r = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ となる。よって

$$B_{\mathrm{AB}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}(\cos\theta_1 + \cos\theta_2) = \frac{\mu_0 I}{4\pi\sqrt{3}a/2}\cdot 2\cdot\frac{1}{2}$$
$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{3}a}$$

これより

$$B = 6B_{AB} = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{\pi a}$$

3.

(1) 導線に垂直な平面において、2 導線を結ぶ直線にそってx軸，それに垂直にy軸をとり、図のように $r_1, r_2, \theta_1, \theta_2$ を定める。両電流によって点Pに生じる磁場を B_1, B_2 とすると

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}, B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}$$

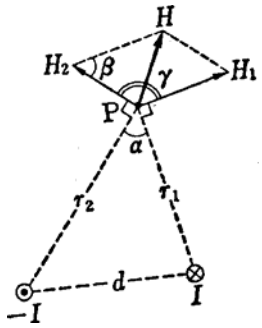
合成磁界の x，y 成分を B_x, B_y, その大きさを B，y 軸からの角を図のように θ とすると

$$
\begin{aligned}
B &= \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \\
&= \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2(\cos\theta_1\cos\theta_2 + \sin\theta_1\sin\theta_2)} \\
&= \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1r_2}\cos(\theta_2 - \theta_1)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1 r_2}\sqrt{r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2\cos(\theta_2 - \theta_1)}
\end{aligned}
$$

よって磁界の強さは

$$
B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1 r_2}\sqrt{r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2\cos\alpha} \quad (\alpha = \theta_2 - \theta_1)
$$

(2) 点Pの両電線からの距離をr_1, r_2とすると、両電流からP点に生ずる磁場の強さB_1, B_2 は図の方向に、$B_1 = \mu_0 I / 2\pi r_1$， $B_2 = \mu_0 I / 2\pi r_2$ である。P点から両線を見込む角をα, $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$ のなす角を γ とすると $\gamma = \pi - \alpha$ であるが、図の β の角は$\beta = \pi - \gamma$ であるので、$\beta = \alpha$ である。したがって合成磁場の大きさ B は



$$
\begin{aligned}
B &= \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - 2B_1B_2\cos\beta} \\
&= \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1 r_2}\sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\alpha} = \frac{\mu_0 I d}{2\pi r_1 r_2}
\end{aligned}
$$

$$
\because r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\alpha = d^2
$$

4. (i) $0 < r < a$ の場合

円柱外に円柱の中心軸から半径 r ($r > a$)の同心円を考えると、円周上の磁界は円周上のどこでも大きさは等しく、円の接線方向を向く。よってアンペールの周回積分の法則より、

$$
\frac{r^2}{a^2} I = \oint_C (\mathbf{H}, d\mathbf{l}) = 2\pi r H
$$

よって

$$
H = \frac{rI}{2\pi a^2}
$$

以下も同様にして、

(ii) $a < r < b$ の場合

$$
H = \frac{I}{2\pi r}
$$

(ii) $b < r < c$ の場合

$$H = \frac{I}{2\pi r}\left(1 - \frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2}\right)$$

(ii) $c < r$ の場合

$$H = 0$$

5. 問 4 と同様で、

(i) 導体外

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

(ii) 導体内

$$H = \frac{rI}{2\pi a^2}$$