

電磁気学要論 演習

第 11 回 解答

1. (a) $\phi = x^2 y^2 z^2 = 3^2 \cdot 4^2 \cdot 5^2 = 3600$
(b) $\mathbf{E} = -\nabla\phi = -2xyz(yz\mathbf{i} + zx\mathbf{j} + xy\mathbf{k}) = -120(20\mathbf{i} + 15\mathbf{j} + 12\mathbf{k})$
(c) $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

$$\begin{aligned}\rho &= \epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = 8.854 \times 10^{-12} \times -2(x^2 y^2 + y^2 z^2 + z^2 x^2) \\ &= 8.854 \times 10^{-12} \times -2(144 + 400 + 225) = 1.362 \times 10^{-8}\end{aligned}$$

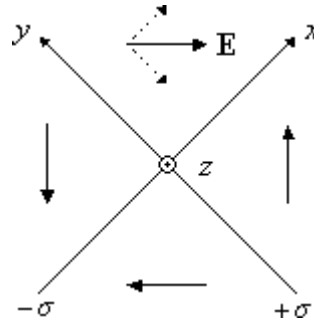
2. $\pm\rho$ の面密度で電荷が一様に分布している、無限に広い平面が作る電場の大きさは、

$$|\mathbf{E}_{\pm\sigma}| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

求める電場は二つの電場の重ね合わせであるから、
垂直に交わっていることを考え、

$$|\mathbf{E}| = \sqrt{2} |\mathbf{E}_{\pm\sigma}| = \frac{\sqrt{2}\sigma}{2\epsilon_0}$$

向きは、右図のようになる。



3. 授業でやったとおりです。
4. 導体内は電子が自由に移動できるため、等電位に保たれる。つまり、電場はできない。
よって、それ以外の場所について、ガウスの法則を使えばよい。

- (i) $a < r < b$ のとき

半径 r の同心球を考えると、内部に含まれる電荷は Q_1 であるから、

$$\int \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dS = 2\pi r^2 E = \frac{Q_1}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon_0 r^2}$$

- (ii) $c < r$ のとき

半径 r の同心球を考えると、内部に含まれる電荷は $Q_1 + Q_2$ であるから、同様にして

$$E = \frac{Q_1 + Q_2}{2\pi\epsilon_0 r^2}$$

5. 授業でやったとおりです。

6. 一般に n 個のコンデンサを並列に接続した時の合計容量は

$$C_{all} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

となる。また、直列に接続した時の合計容量は

$$\frac{1}{C_{all}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

となる。電気の世界では常識とされることなので、覚えておきましょう。