電磁気学要論　演習
第4回　［出題：5月11日（金)］

1. 次の等式が成り立つことを確かめよ（x 成分についてのみ示せば十分である）

   (1)　$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$

   (2)　$(\mathbf{A} \cdot \nabla)\mathbf{A} = \dfrac{1}{2}\nabla \mathbf{A}^2 - \mathbf{A} \times (\nabla \times \mathbf{A})$[*1]

2. $f(x, y, z) = yz + zx + xy$ とするとき、次の線積分を求めよ

   (1)　原点 O から点 A(1, 2, 3) にいたる線分 OA に関する $f(x, y, z)$ の線積分

   (2)　B の座標を (1, 0, 0)、C の座標を (1, 2, 0) とするとき、O から線分 OB, BC, CA を経て A にいたる折れ線に関する $f(x, y, z)$ の線積分

3. xy 平面上で、原点 O から点 A(1, 1, 0) にいたる曲線 $y = x^3$、および O から点 B(1, 0, 0) を経て A にいたる折れ線に関する $\mathbf{A} = xy\mathbf{i} - x\mathbf{j}$ の接線線積分を求めよ

4. 平面 $2x + 2y + z = 2$ が座標軸と交わる点 A, B, C を結ぶ線分で囲まれた三角形を S とするとき、次の面積分を求めよ

   (1)　$f(x, y, z) = x^2 + 3y + z - 1$ の S に関する面積分

   (2)　$\mathbf{A} = x^2\mathbf{i} + z\mathbf{k}$ の S に関する法線面積分（ただし、$\mathbf{n}$ は原点のある側からほかの側に向かってひく）

[*1] $\mathbf{A} \cdot \nabla$ と $\nabla \cdot \mathbf{A}$ は違う。これは ∇ が演算子であることに因り、$(\mathbf{A} \cdot \nabla)_x = A_x \dfrac{\partial}{\partial x}$、$(\nabla \cdot \mathbf{A})_x = \dfrac{\partial A_x}{\partial x}$ を見ると明らかである。ここで、$(\cdots)_x$ は、$\cdots$ の x 成分を意味する